

Niektoré aplikácie neurčitého integrálu

Pr. Pekárenská spoločnosť PEKO produkuje denne istý počet chlebov značky EXTRA. Chce zistiť pri akej dennej produkcii chleba bude výroba rentabilná a pri akej produkcii firma dosiahne maximálny zisk, ak vieme, že:

- Marginálny príjem je

$$MR = 6 - 0,01x, \quad x < 300. \quad (1)$$

- Marginálne náklady sú

$$MC = 4 + 0,02x \quad x < 300. \quad (2)$$

- Fixné náklady na dennú produkciu sú 50 p.j.. (Predpokladáme, že celá denná produkcia sa aj predá v ten deň.)

Riešenie:

$$TR = \int MR dx = \int (6 - 0,01x) dx = 6x - 0,005x^2 + C.$$

Ak $x = 0$, tak $TR = 0$. Odtiaľ $C = 0$. Teda

$$TR = 6x - 0,005x^2, \quad (3)$$

$$TC = \int MC dx = \int (4 + 0,02x) dx = 4x + 0,01x^2 + C$$

kde $C = FC$ a teda $C = 50$. Odtiaľ dostávame:

$$TC = 0,01x^2 + 4x + 50. \quad (4)$$

Variabilné náklady sú $VC = 4x + 0,01x^2$ a fixné sú podľa zadania $FC = 50$. Potom

$$TP = TR - TC = 6x - 0,005x^2 - 0,01x^2 - 4x - 50 = -0,015x^2 + 2x - 50. \quad (5)$$

Vypočítame pri akej dennej produkcii bude zisk kladný:

$$TP > 0, \quad -0,015x^2 + 2x - 50 > 0.$$

Riešením predchádzajúcej nerovnice dostaneme $x \in (33,3, 100)$. Denná výroba bude rentabilná, ak sa bude vyrábať denne aspoň 34 ks chleba a menej než 100 ks.

Určíme ešte, pri akej produkcii dosiahne firma maximálny zisk. Vypočítame marginálny zisk derivovaním rovnice (5), resp, zo vzťahov (1), (2)

$$MP = MR - MC, \quad MP = 6 - 0,01x - 4 - 0,02x = 2 - 0,03x.$$

Položíme $MP = 0$ (nutná podmienka existencie extrému)

$$2 - 0,03x = 0$$

$$x = 66,6$$

počítame $P(66) = 16,66$, $P(67) = 16,665$. Overíme postačujúcu podmienku existencie extrému

$$P''(x) = (2 - 0,03x)' = -0,03 < 0$$

Takže pri úrovni dennej produkcie 67 chlebov značky EXTRA dosiahne spoločnosť maximálny zisk.

□